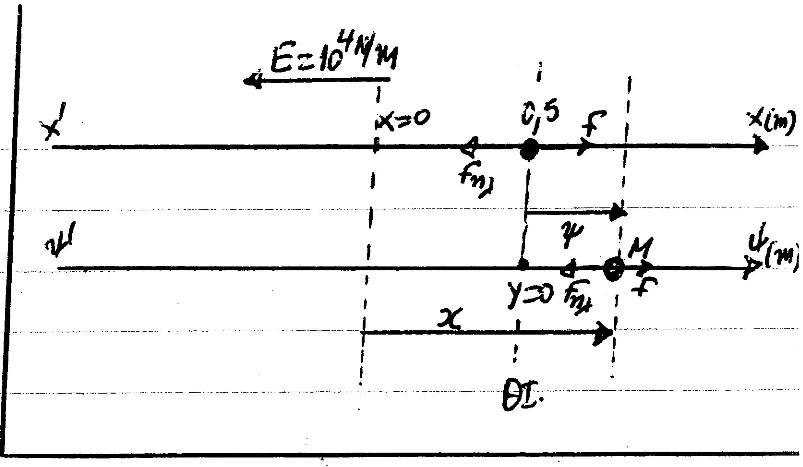


4.2.98. (βλέπε και 4.2.95)

Η θέση ισορροπίας του φορτισμένου σφαιριδίου είναι $\Sigma F_x=0$ ή $-E\cdot q+F=0$ ή $-10+20-20x_1=0$ ή $x_1=0,5m$. (ο x'x εδώ είναι άξονας ταλάντωσης ... οριζόντιος άξονας ταλάντωσης ψ'ψ ...)

α) Για μια τυχαία θέση M γράφουμε $\Sigma F=F-F_{ηλ}$ ή $\Sigma F=20-20x-10$ ή $\Sigma F=10-20(0,5+\psi)$ ή $\Sigma F=-20\psi$. Άρα έχουμε α.α.τ με $D=20N/m$

β) Η ταλάντωση αρχίζει την $t=0$. Εκείνη τη στιγμή το σφαιρίδιο απέχει από τη θέση ισορροπίας 0,5m και έχει $\upsilon=0$, άρα πλάτος $A=0,5m$.

$D=m\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$ και $T=\frac{2\pi}{10}s$, ... $\Delta t=T=\frac{2\pi}{10}s$

γ) $\psi=0,5\,ημ(10t+\frac{3\pi}{2}) \xrightarrow{x=0,5+\psi} x=0,5+0,5\,ημ(10t+\frac{3\pi}{2})$ (S.I) (1)

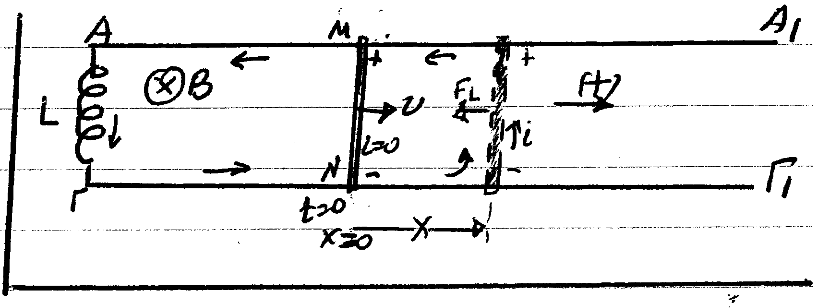
δ) $\upsilon=5\,συν(10t+\frac{3\pi}{2})$ (2) και $\alpha=-50\,ημ(10t+\frac{3\pi}{2})$ (3)

Όταν $x=0,2m \xrightarrow{(1)} ημ(10t+\frac{3\pi}{2})=-0,6$ και $συν(10t+\frac{3\pi}{2})=\pm0,8$

Άρα (2) $\rightarrow \upsilon=5(\pm0,8)$ ή $\upsilon=\pm4m/s$

(3) $\rightarrow \alpha=-50(-0,6)$ ή $\alpha=+30m/s^2$

4.2.99



A) Σε τυχαία απομάκρυνση x έχουμε $\Sigma F=-F_L=-Bi\ell$ (1)

$E_{επ}+E_{αυτ}=0$ ή $B\upsilon\ell-L\frac{di}{dt}=0$ ή $B\frac{dx}{dt}\ell=L\frac{di}{dt}$ ή

$\frac{di}{dx}=\frac{B\ell}{L}=$ σταθερό $\Rightarrow \frac{i-0}{x-0}=\frac{B\ell}{L}$ ή $i=\frac{B\ell}{L}x \xrightarrow{(1)} \Sigma F=-\frac{B^2\ell^2}{L}x$

άρα α.α.τ με $D=\frac{B^2\ell^2}{L}=0,04\,N/m$

B) $D=m\omega^2$ ή $\omega=\frac{1}{3}\,rad/s$ και $f=\frac{1}{6\pi}Hz$

Γ) $\upsilon=\upsilon_{max}=\omega A$ ή $0,1=\frac{1}{3}A$ ή $A=0,3m$, $x=0,3\,ημ(\frac{1}{3}t)$ SI

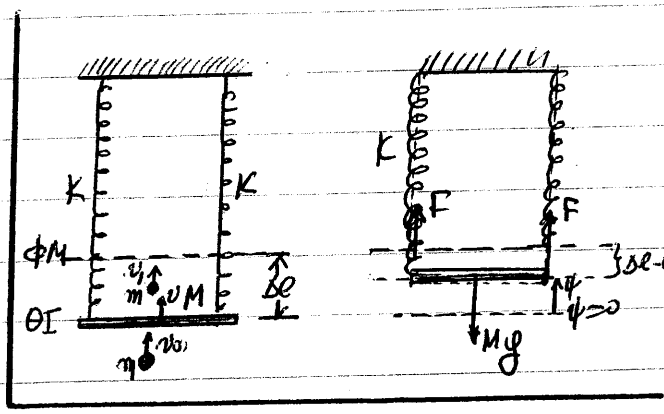
Δ) $i=\frac{B\ell}{L}x=\frac{0,2\cdot0,5}{0,25}0,1$ ή $i=0,04A$

Γ) $i=\frac{B\ell}{L}x$ ή $i=\frac{0,2\cdot0,5}{0,25}\cdot0,3\,ημ(\frac{1}{3}t)$ ή $i=0,12\,ημ(\frac{1}{3}t) \xrightarrow{t=\pi/2}$

$\Rightarrow i=0,06A$

5. Ταλάντωση ύστερα από κρούση ή διάσπαση.

5.3 (Λ, Σ, Λ, Λ)   5.4 (Σ, Λ, Σ, Λ)   5.5 (Λ, Σ, Λ, Σ)   5.6 (Λ, Λ, Λ, Σ)



5.7 α) Θέση ισορροπίας $ΣF_y=0$ ή $Mg=2kΔℓ$ (1)

ή $Δℓ=0,1m$

Τυχαία θέση ; $ΣF_y=2F-Mg=2\cdot k(Δℓ-y)-Mg \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$ΣF_y=-2k\cdot y$ άρα α.α.τ με

$D=2k=400\,N/m$ και $ω=10\,rad/s$

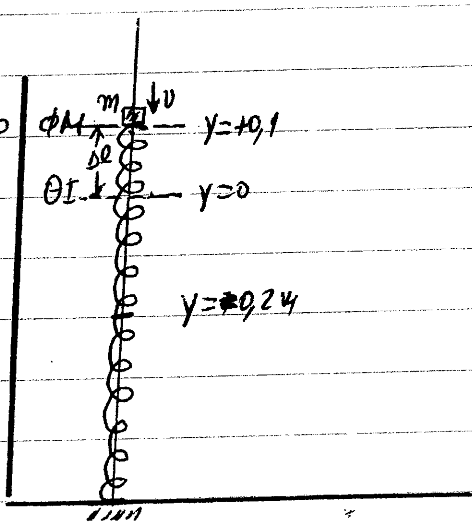
β) $mυ_0=MV+mυ_1 \Rightarrow V=2\,m/s$ Η ταχύτητα αυτή της σανίδας είναι η $υ_{max}$

$υ=ωA$ ή $A=0,2m$, $T=\frac{2π}{ω} \Rightarrow T=0,2π\,s$

γ) $y=0,2ημ(10t)$ και $υ=2συν(10t)$

δ) Όταν $Δℓ=0$, $y=+0,1m$, άρα $+0,1=0,2ημ(10t)$ ή $t=\frac{π}{60}s$

ε) $υ=2συν(10t)=2συν(10\frac{π}{6})$ ή $υ=\pm\sqrt{3}\,m/s$



5.8 $υ=\sqrt{2gh}=\sqrt{3}\,m/s$ ταχύτητα σώματος μόλις ακουμπάει στο ελατήριο.

Θέση ισορροπίας της ταλάντωσης $mg=kΔℓ$ ή $Δℓ=0,1m$

Σταθερά ταλάντωσης $D=k=mω^2$ ή $ω=10\,rad/s$

$E=σταθ$ ή $\frac{1}{2}mυ^2+\frac{1}{2}Dy^2=\frac{1}{2}DA^2$ ή $A=0,2m$

α) Την $t=0$, $y=+0,1m$ $υ<0$ ... $φ_0=5π/6$

$y=0,2ημ(10t+\frac{5π}{6})$ και $υ=2συν(10t+\frac{5π}{6})$

β) Η ταχύτητα μηδενίζεται για πρώτη φορά στη θέση $y=-0,2m$

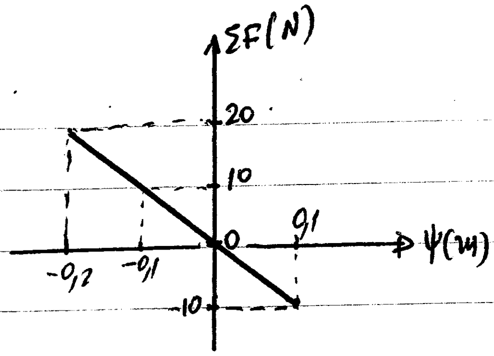
$-0,2=0,2ημ(10t+\frac{5π}{6})$ ή $10t+\frac{5π}{6}=\frac{3π}{2}$ ή $t=\frac{2π}{30}s$ ή $t=\frac{π}{15}s$

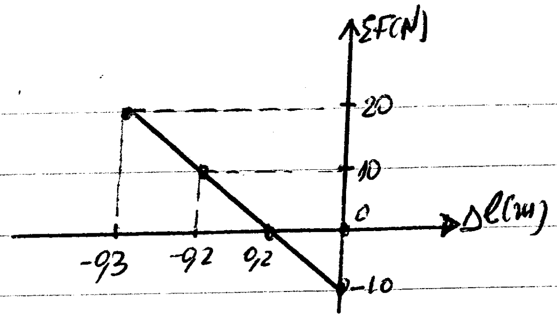
γ) Όταν $Δℓ_{ενεργ}=0,1m$ έχουμε $y=0$ και $υ<0$ ... $t=\frac{π}{60}s$

δ) $ΔU=\frac{1}{2}Dy^2_{τελ}-\frac{1}{2}Dy^2_{αρχ}=0-\frac{1}{2}100\cdot(0,1)^2$ ή $ΔU=-0,5J$

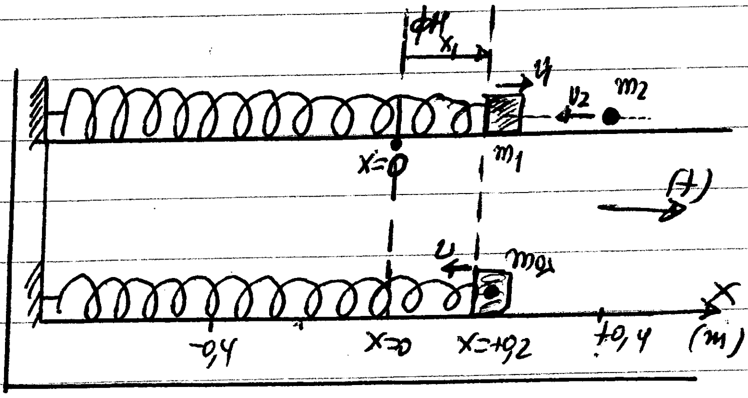
ε) $υ=υ_{max}=\pm ωA=\pm 2\,m/s$, $α=0$, $ΣF=0$

στ) Προσοχή!!! Επειδή το σώμα δεν είναι δεμένο στο ελατήριο, μόλις ο ταλαντωτής έλθει και πάλι στη θέση $y=+0,1m$ θα εγκαταλείψει το ελατήριο και έχουμε το τέλος της αρχικής ταλάντωσης





5.9 **Α.α)** πλαστική κρούση: $m_2 v_0 = m_\sigma v$ ή $v=5\,m/s$, $D=k=m_\sigma \omega^2$ ή
ή $\omega = 5\,rad/s$, $v=v_{max}=\omega A$ ή $A=1m$
$x=1ημ(5t)$ και $v=5συν(5t)$ (S.I)
Α.β) $m_2 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v'$ ή $v_1 = 2\,m/s$, $D=k=m_1\omega_1^2$ ή $\omega_1 = 10\,rad/s$
$v_1 = v_{max} = \omega_1 A_1$ ή $A_1 = 0,2m$
$x=0,2ημ(10t)$ και $v=2συν(10t)$
Β.1) $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{max} = a_{max}$ όταν $x=+A$, $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega_1} = \frac{2\pi}{40}$ ή $\Delta t = \frac{\pi}{20} s$
Β.2) $U=K=\frac{E}{2}$ ή $\frac12 Dx^2 = \frac12 \cdot \frac12 DA^2$ ή $x=+0,1\sqrt2\, m$ (για πρώτη φορά)
$x=0,2ημ(10t) \Rightarrow 0,1\sqrt2 = 0,2ημ(10t)$ ή $t=\frac{\pi}{40} s$
Β.3) $\frac{dK}{dt} = ΣF\cdot v = -Dxv = -100\cdot 0,2ημ(10t)\cdot 2συν(10t)$ ή $dK/dt = -20ημ(20t)$ (S.I)
$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{max} = 20\,J/s$ όταν $ημ(20t)=\pm1$ ή $20t = κ\pi + \frac{\pi}{2}$ και για πρώτη φορά
όταν $t=\frac{\pi}{40} s$.



5.10 α) Σταθερά ταλάντωσης του m_1
$D_1 = K = m_1\omega^2$ ή $K=400\,N/m$
$v_{1max} = \omega A = 2\sqrt7\, m/s$
$a_{max} = \omega^2 A = 40\sqrt7\, m/s^2$
β) Η ταχύτητα του m_1 πριν την κρούση είναι $\frac12 D_1 x^2 + \frac12 m_1 v_1^2 = \frac12 DA^2$ ή $v_1 = 2\sqrt3\, m/s$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα $m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_\sigma v$ ή $v=-2\sqrt3\, m/s$. Η σταθερά της νέας ταλάντωσης $D=K$ και το κέντρο αυτής είναι ίδιο
$\frac12 Dx^2 + \frac12 m_\sigma v^2 = \frac12 DA'^2 \Rightarrow A' = 0,4m$
γ) $D=K=m_\sigma \omega'^2$ ή $\omega' = 10\,rad/s$, $\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$, $x=0,4ημ(10t+\frac{5\pi}{6})$ (S.I)
δ) Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου για πρώτη φορά γίνεται στη θέση $x=-0,4m$, $-0,4 = 0,4ημ(10t+\frac{5\pi}{6})$ ή $t=\frac{\pi}{15} s$
ε) $x=0,4ημ(10t+\frac{5\pi}{6}) = +0,2$ και $v>0$ ... $t=\frac{2\pi}{15} s$

5.11. $v_1=\sqrt{2gh}=\sqrt{3}\,m/s$, $m_1 v_1 = m_{ολ} v$ ή $v=\frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s$

$m_2 g = k\Delta l_2$ ή $\Delta l_2 = 0,05m$

$m_{ολ} g = k\Delta l_1$ ή $\Delta l_1 = 0,10m$

Ο ταλαντωτής $m_{ολ}$ την $t=0$ έχει $y=0,05m$ και $v=-\frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s$

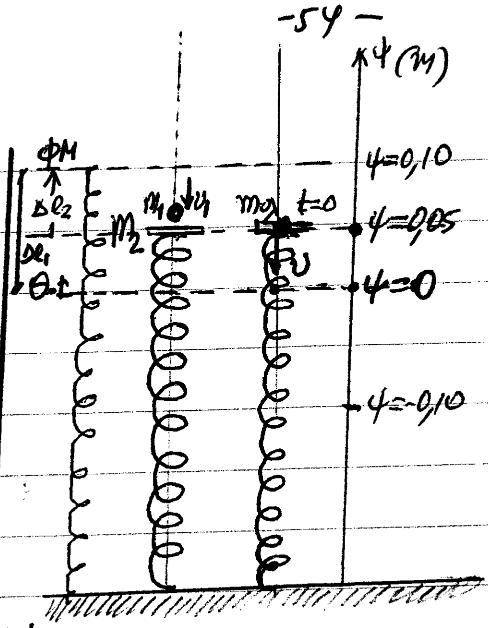
$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}m_{ολ}v^2=\frac{1}{2}DA^2$ ή $A=0,1m$

α) $D=m_{ολ}\omega^2$ ή $200=2\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$, $\varphi_0=\frac{5\pi}{6}$

$y=0,1ημ(10t+\frac{5\pi}{6})$, $v=1συν(10t+\frac{5\pi}{6})$

β) $\Sigma F=0$ όταν $y=0$, ... $t=\frac{\pi}{60}\,s$

γ) $v=0$, όταν $y=-0,1m$, $\Delta U=\frac{1}{2}Dy_{αρχ}^2-\frac{1}{2}Dy_{τελ}^2 \Rightarrow \Delta U=0,75J$



5.12. Ισορροπία m_1: $m_1 g = k\Delta l_1$ ή $\Delta l_1 = 0,05m$

Ισορροπία $m_{ολ}$: $m_{ολ} g = k\Delta l_2$ ή $\Delta l_2 = 0,10m$

$m_2 v_0 = m_{ολ} v$ ή $2\cdot\sqrt{3}=4v$ ή $v=\frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s$

Την $t=0$ ($y=+0,05m$ και $v=+\frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s$)

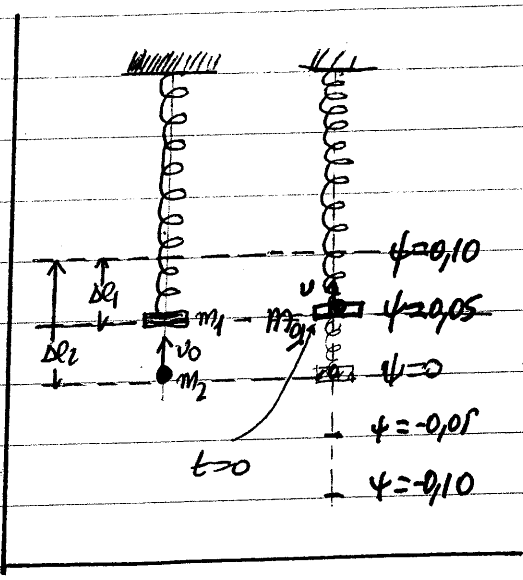
$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}m_{ολ}v^2=\frac{1}{2}DA^2 \xrightarrow{D=k} A=0,10m$

$D=k=m_{ολ}\omega^2 \Rightarrow \omega=10\,rad/s$ ... $\varphi_0=\frac{\pi}{6}$

α) $y=0,10ημ(10t+\frac{\pi}{6})$, $v=1συν(10t+\frac{\pi}{6})$

β) $v=0$, $0=1\cdot συν(10t+\frac{\pi}{6})$ ... $t=\frac{\pi}{30}\,s$

γ) όταν $t=\frac{\pi}{12}\,s$ ∴ $y=0$; ... $\Sigma F=-Dx=0$



5.13 Ισορροπία συστήματος $m_{ολ} g = k\Delta l_2$ ή $\Delta l_2=0,2m$

Ισορροπία δίσκου $m_1 g = k\Delta l_1$ ή $\Delta l_1=0,1m$

Με την εκτίναξη του πηλού ο δίσκος αποκτά ταχύτητα $0=m_1v_1-m_2v_0$ ή $v_1=\sqrt{3}\,m/s$

α) $D=k=m_1\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$ και $T=\frac{\pi}{5}s$

Τη στιγμή $t=0$ που αρχίζει η ταλάντωση ο ταλαντωτής-δίσκος έχει $y=+0,1m$ και $v_1=\sqrt{3}\,m/s$. $E_{ταλ}=σταθ$ ή

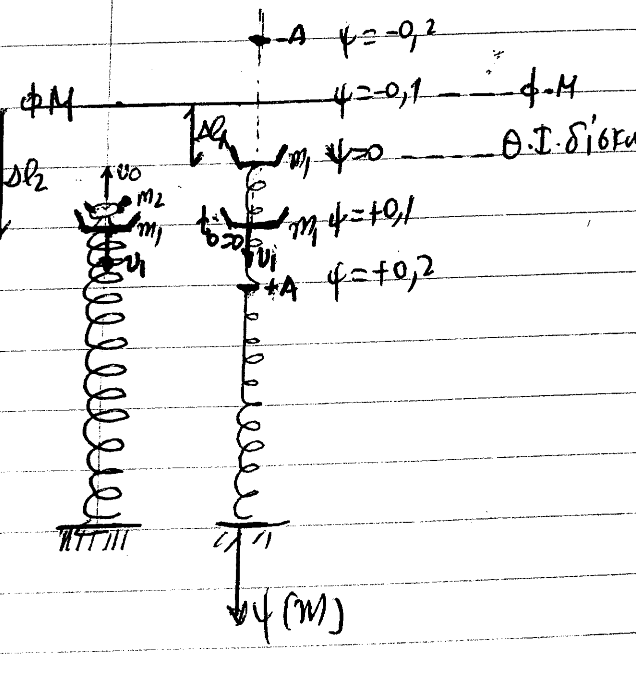
$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}DA^2$ ή $A=0,2m$

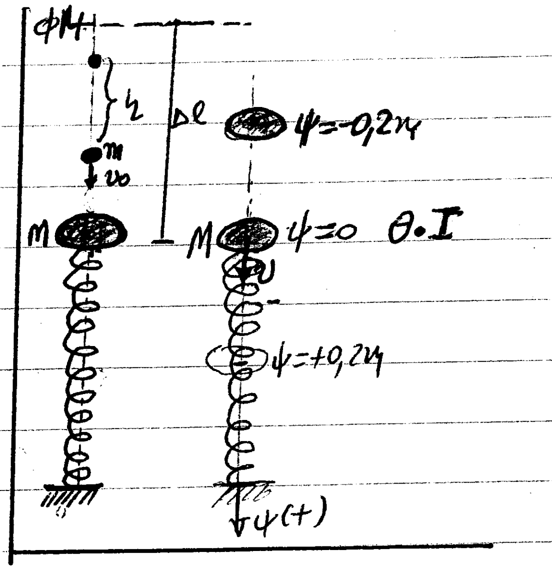
β) $y=0,2ημ(10t+\frac{\pi}{6})$

$v=2συν(10t+\pi/6)$

γ) $\Delta l=0$, $y=-0,1m$, $v=\pm\omega\sqrt{A^2-y^2}$ ή

$v=\pm\sqrt{3}\,m/s$





5.14. Στατική παραμόρφωση $Mg = k\Delta l$ ή $\Delta l = 0,4m$

$υ_0=\sqrt{2gh} \Rightarrow υ_0 = 2,5 m/s$, $V = \frac{2m}{m+M}υ_0 = 1 m/s$

Α) $D=k=Mω^2 \Rightarrow ω = 5 rad/s$, $T=\frac{2π}{ω}$ ή $T=0,4π s$

$V=V_{max}=ωA$ ή $A=0,2m$

Β) $ψ=0,2ημ(5t)$ και $υ=1συν(5t)$ (S.I.)

Γ) Όταν $Δl=0,24m$ $ψ=-0,16m$

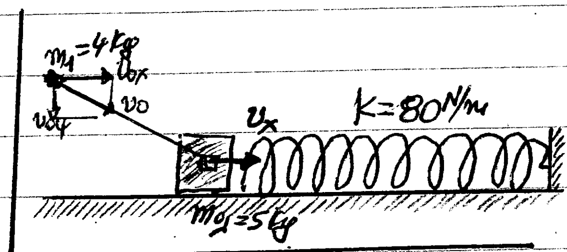
$U=\frac12 Dψ^2 = \frac12 kψ^2 = 0,64J$, $E=\frac12 DA^2=\frac12 kA^2 = 1J$

$K=E-U \Rightarrow K=0,36J$

Δ) $K=\frac12 Mυ^2$ ή $0,36=\frac12 \cdot 2υ^2$ ή $υ=\pm0,6 m$ και

Επειδή απομακρύνεται $υ=-0,6 m/s$

$dK/dt = ΣFυ = -Dψυ = -50\cdot(-0,16)(-0,6)$ ή $dK/dt = -4,8 J/s$ και $dU/dt = +4,8 J/s$



5.15 $P_{x\,πριν} = P_{x\,μετά} \Rightarrow m_1υ_{0x} = m_2 υ_x$ ή $m_1 υ_0 συνφ = m_2 υ_x$ ή

ή $4\cdot 3,125\cdot 0,8 = 5\cdot υ_x$ ή $υ_x = 2 m/s$. $D=k=m_2ω^2$ ή

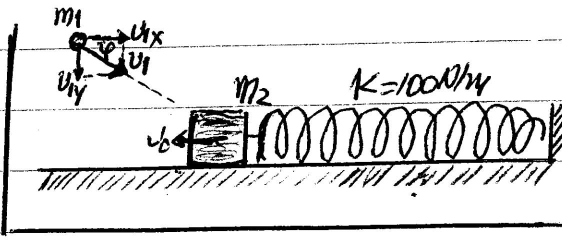
$ω=4 \frac{rad}{s}$, $υ_x = υ_{max} = ωA$ ή $A=0,5m$

α) $Q=|ΔE| = \frac12 m_1 υ_0^2 - \frac12 m_2 υ_x^2$ ή $Q=9,53J$

β) $A=0,5m$ γ) Όταν $Δl=0,3m$, $x=0,3m$, $\frac12 m_2υ^2+\frac12 Dx^2=\frac12 DA^2$ ή $υ=\pm1,6 m/s$

δ) $dp/dt=ΣF=-Dx$ ή $dp/dt = -24 kg\,m/s$

$dK/dt = ΣFυ = -Dxυ = -24\cdot(\pm1,6)$ ή $dK/dt = \pm 38,4 J/s$



5.16 Για την ταλάντωση του m_2, $D=k=m_2ω^2$ ή

$ω=10 rad/s$ και $υ_0 = ωA = 2 m/s$

$\vec{P}_{x\,πριν} = \vec{P}_{x\,μετά}$ ή $m_1υ_0συνφ - m_2υ_0 = m_{ολ} υ_x$ ή $υ_x = 0,5 m/s$

Α) Για τη νέα ταλάντωση $D=k=m_{ολ}ω'^2$ ή $ω'=5 rad/s$, $υ_x=ω'A'$ ή $A'=0,1m$ Β) $x=0,1ημ(5t)$

5.17 α) $ω=\sqrt{D/m_{ολ}}=\sqrt{k/m_{ολ}}$ ή $ω=10 rad/s$, $x=0,2ημ(10t)$ (S.I.)

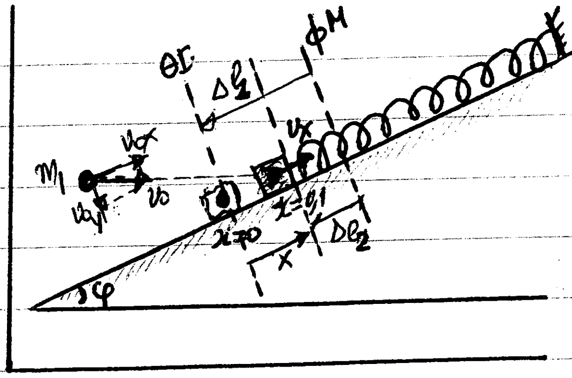
β) $dx/dt = υ = \dots = \pm ω\sqrt{A^2-x^2}$ ή $υ=\pm1,2 m/s$

γ) $\vec{P}_x$=σταθ ή $m_1υ_0συνφ = m_{ολ}υ_x$ (1) με $υ_x=ωA=10\frac{rad}{s}\cdot 0,2$ ή $υ_x=2 m/s$

(1) ⇒ $1\cdot υ_0 \cdot 0,8 = 5\cdot 2$ ή $υ_0 = 12,5 m/s$

δ) $dp/dt = ΣF = -D(+A)$ ή $dp/dt = -100 kg\,m/s^2$

5.18 Α) Ισορροπία σώματος m_2: $m_2 g ημφ = kΔl_2$ ή $Δl_2 = 0,1m$. Ισορροπία συσσωματώματος $m_{ολ} g ημφ = kΔl_1$ ή $Δl_1 = 0,2m$



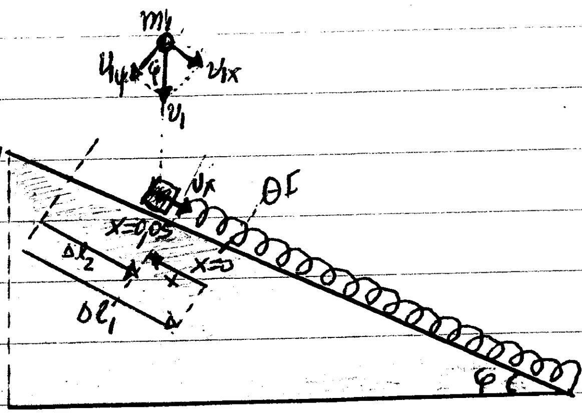
Ο ταλαντωτής $m_{ολ} = 2kg$ έχει $D = k = m_{ολ}ω^2$ ή $ω = 5\,rad/s$ και την $t=0$ έχει απομάκρυνση $x = Δl_1 - Δl_2$ ή $x = +0,1m$ και ταχύτητα $υ_x > 0$ ... $φ_0 = \frac{π}{6}$ ... $x = 0,2ημ(5t + \frac{π}{6})$, $υ = 1συν(5t + \frac{π}{6})$

Β) $\frac{1}{2}m_{ολ}υ_x^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2$ ή $υ_x = \frac{\sqrt{3}}{2} m/s$, $\vec{P}_{x,πριν} = \vec{P}_{x,μετά}$ ή $m_1 υ_{0x} = m_{ολ} υ_x$ ή $m_1 υ_0 συνφ = m_{ολ} υ_x$ ή $υ_0 = 2 m/s$

Γ) $Q = \frac{1}{2}m_1 υ_0^2 - \frac{1}{2}m_{ολ}υ_x^2$ ή $Q = 1,25 J$

Δ) $α_{max}$, όταν $x = +A = +0,2m$ ή $t = \frac{π}{15} s$

5.19 α) Ισορροπία του m_2: $m_2 g ημφ = kΔl_2$ ή $Δl_2 = 0,20m$



Ισορροπία του $m_{ολ}$: $m_{ολ} g ημφ = kΔl_1$ ή $Δl_1 = 0,25m$

$υ_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{15} m/s$, $\vec{P}_{x,πριν} = \vec{P}_{x,μετά} \Rightarrow$

$m_1 υ_1 ημφ = m_{ολ} υ_x$ ή $υ_x = 0,1\sqrt{15} m/s$

Ο ταλαντωτής $m_{ολ}$ την $t=0$ έχει

$x = Δl_1 - Δl_2$ ή $x = +0,05m$ και $υ_x = -0,1\sqrt{15} m/s$.

$\frac{1}{2}m_{ολ}υ_x^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2$ ή $A = 0,1m$.

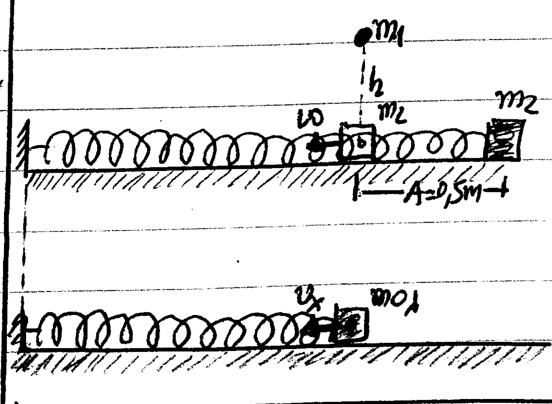
β) $D = k = m_{ολ}ω^2$ ή $ω = \sqrt{20}\frac{rad}{s}$ ... $x = 0,10ημ(\sqrt{20}t + \frac{5π}{6})$ και

$υ = 0,1\sqrt{20}συν(\sqrt{20}t + \frac{5π}{6})$ (S.I)

γ) $υ = 0$ ή $συν(\sqrt{20}t + \frac{5π}{6}) = 0$ ή $\sqrt{20}t + \frac{5π}{6} = \frac{3π}{2}$ ή $t = \frac{π\sqrt{20}}{30} s$ ή $t = 0,468 s$

δ) $Q = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2}m_{ολ}υ_x^2$ ... $Q = 7,125 J$

5.20 α) Ταλαντωτής $m_2 = 1kg$, $D = k = m_2 ω^2$ ή $ω = 10\,rad/s$



$A = 0,5m$ και $(\frac{dx}{dt})_{max} = υ_{max} = ωA = 5 m/s$

$(\frac{dυ}{dt})_{max} = α_{max} = ω^2 A = 50 m/s^2$

β) $m_2 υ_0 = m_{ολ} υ_x$ ή $υ_x = 1,25 m/s$

β.1) $t_{πρώτης} = \frac{T}{4} = \frac{2π}{4ω}$ ή $t_{πτ} = \frac{π}{20} s$

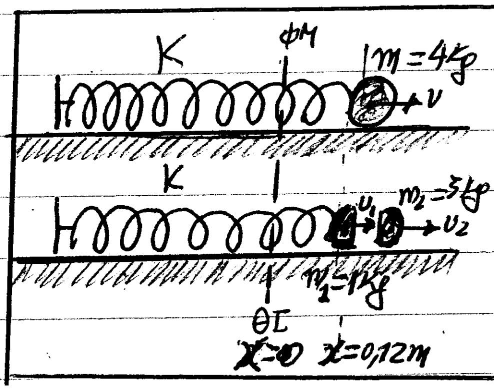
β.2) $D' = k = m_{ολ}ω'^2$ ή $100 = 4 \cdot ω'^2$ ή $ω' = 5\,rad/s$

$υ_x = υ_{max} = ω'A'$ ή $1,25 = 5A'$ ή $A' = 0,25m$

γ) $T' = 2T$ δ) $x = 0,25ημ(5t)$ ή $x = 0,25ημ(5t + π)$

5.21. $D=K=m\omega^2$ ή $100=4\cdot\omega^2$ ή $\omega=5\,rad/s$, $v=\omega\sqrt{A^2-x^2}=0,8\,m/s$

$mv=m_1v_1+m_2v_2$ ή $4\cdot0,8=1v_1+3\cdot0,9$ ή $v_1=0,5\,m/s$



α) $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA'^2$ ή $A'=0,13m$

β) $T_1=2\pi\sqrt{m/D}=0,4\pi$, $T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}}$ ή $T_2=0,2\pi$

$\Delta T=T_1-T_2$ ή $\Delta T=0,2\pi=0,628\,s$

γ) $D_1=K=m_1\omega_1^2 \Rightarrow 100=1\cdot\omega_1^2$ ή $\omega_1=10\,rad/s$

$v_{1max}=\omega_1A'=10\cdot0,13=1,3\,m/s$

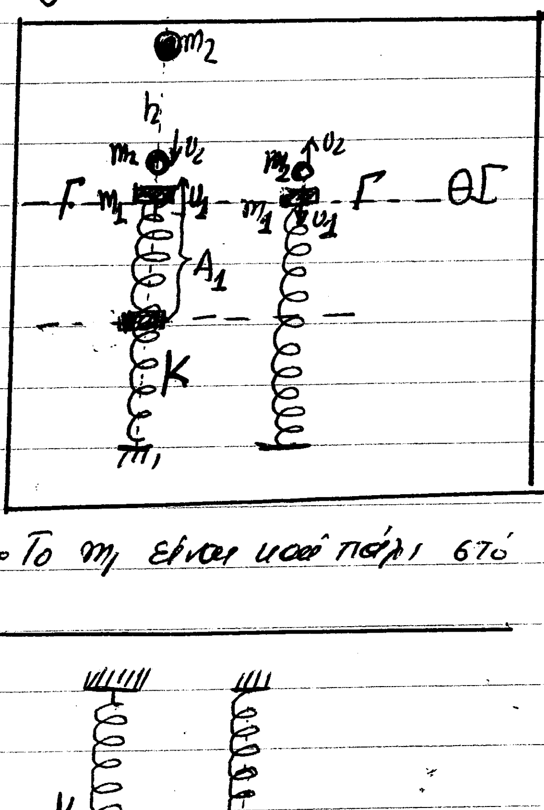
$P_{1max}=m_1v_{1max}=1,3\,kg\,m/s$

δ) $E_1=\frac{1}{2}D_1A'^2=\frac{1}{2}100\cdot0,13^2=0,845\,J$

$U_1=\frac{1}{2}D_1x_1^2=\frac{1}{2}100\cdot0,1^2=0,500\,J$ $\Big\}\Rightarrow K_1=0,345\,J$

5.22. Ταλαντωτής m_1: $D=K=m_1\omega_1^2$ ή $\omega_1=10\,rad/s$,

$T_1=2\pi/10\,s$ και $A_1=0,2m$



α) $h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}g\left(T/4\right)^2=\frac{1}{32}g\cdot\frac{4\pi^2}{100}$ ή $h=0,125m$

β) $v_1=\omega A_1$ ή $v_1=2\,m/s$

$v_2=gt=g\frac{T}{4}=10\frac{2\pi}{40}$ ή $v_2=1,57\,m/s$

γ) $m_1v_1-m_2v_2=-m_1v_1+m_2v_2$ ή $m_1v_1=m_2v_2$

ή $1\cdot2=m_2\cdot1,57$ ή $m_2=1,27\,kg$

γ.2) $\Delta t=\frac{T_1}{2}$ ή $\Delta t=\frac{\pi}{10}s$ ή $\Delta t=0,314s$ (... Το m_1 είναι και πάλι στο σημείο Γ σε χρόνο $T/2$ ...)

5.23. α) Ισορροπία του m_1, $m_1g=k\Delta l_1$

ή $0,3\cdot10=K\cdot0,25$ ή $K=12\,N/m$

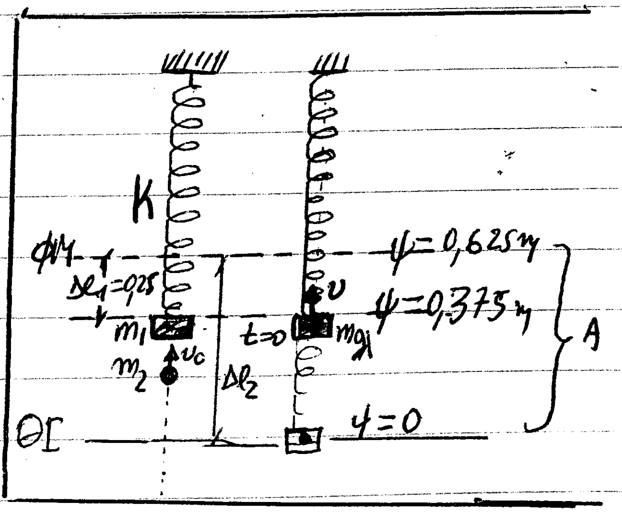
Θέση ισορροπίας του συσσωματώματος

$K\Delta l_2=m_\Sigma g$ ή $\Delta l_2=\frac{0,75\cdot10}{12}=0,625m$

Για τον ταλαντωτή m_Σ έχουμε

$D=K=m_\Sigma\omega^2$ ή $\omega=4\,rad/s$, $A=0,625m$

και την $t=0$ έχει $y=0,375m$



και ταχύτητα v, $E=\sigma\tau\alpha\theta$ ή $\frac{1}{2}m_\Sigma v^2+\frac{1}{2}Ky^2=\frac{1}{2}KA^2$ ή $v=2\,m/s$

β) $v_{max}=\omega A=4\cdot0,625$ ή $v_{max}=2,5\,m/s$

γ) $\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{16}\,s$ ή $\Delta t=0,3925\,s$

6. Σώματα σε επαφή που εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση.

6.3 (Σ,Λ,Λ,Σ) 6.4 (Σ,Λ,Λ,Λ) 6.5 (Σ,Λ,Λ,Σ)

6.6 (Λ,Λ,Σ,Λ) 6.7 (Λ,Σ,Σ,Λ)

6.8 α) βλ. θεωρία, παραδείγματα β) $D=K=400 N/m$, $D=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=10 rad/s$

γ) $D_1=m_1\omega^2=300 N/m$ $D_2=m_2\omega^2=100 N/m$

6.9 (βλ. 6.Β και 6.1)

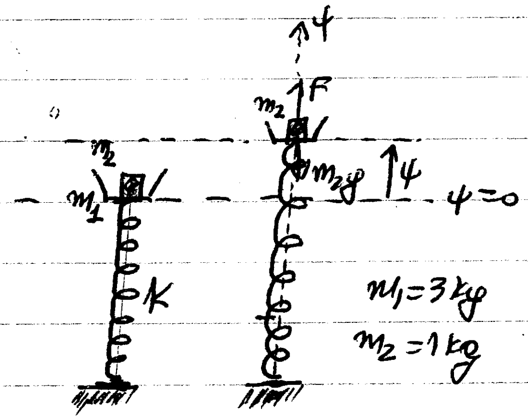
6.10. Α) $A=0,2m$ $D=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=10 rad/s$

$T=\frac{2\pi}{\omega}$ ή $T=0,628 s$

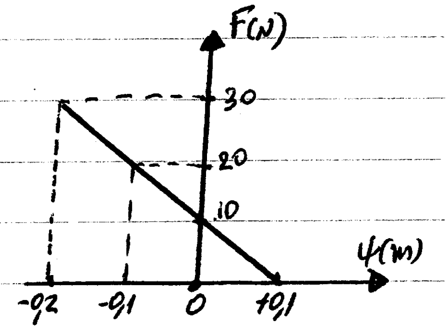
Β) $y=\frac{(m_1+m_2)g}{K}$ ή $y=0,1m$ (βλ. 6.Β)

Γ α) $\left.\begin{matrix}\Sigma F_y=-D_2 y \\ D_2=m_2\omega^2=100 N/m\end{matrix}\right\} \Rightarrow F-m_2 g=-D_2 y$ ή

ή $F=10-100y$ με $-0,2\le y\le +0,1$



Γβ)



Δ) Εξίσωση ταλάντωσης: $y=0,2\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$ (1)

Η επαφή χάνεται όταν $y=+0,1$ και $\upsilon>0$

$0,1=0,2\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$ ή $10t+\frac{3\pi}{2}=2k\pi+\frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=1}$

$\rightarrow t=\frac{\pi}{15}$, άρα $F=10-100y \xrightarrow{(1)}$

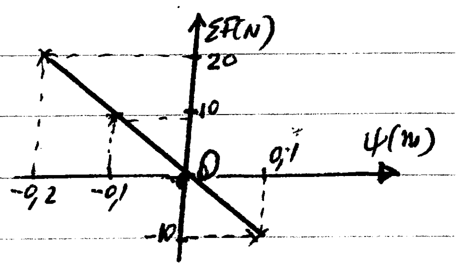
$F=10-20\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$ με $0\le t\le\frac{\pi}{15}$

Ε) Διατήρηση ενέργειας για το σύστημα

$\frac{1}{2}m_{ολ}\upsilon^2+\frac{1}{2}Dy^2=\frac{1}{2}DA^2$ ή $4\upsilon^2+400\cdot 0,1^2=400\cdot 0,2^2$

ή $\upsilon=+\sqrt{3} m/s$ και $\alpha=-\omega^2 y$ ή $\alpha=-10 m/s^2$

Στ) $\Sigma F=-D_2 y$ ή $\Sigma F=-100y$, $-0,2\le y\le +0,1$



6.11 α) $D=K=10000 N/m$ (βλ. θεωρία)

$D=m_{ολ}\omega^2$ ή $10000=100\cdot\omega^2$ ή $\omega=10 rad/s$, $T=\frac{2\pi}{10} s$

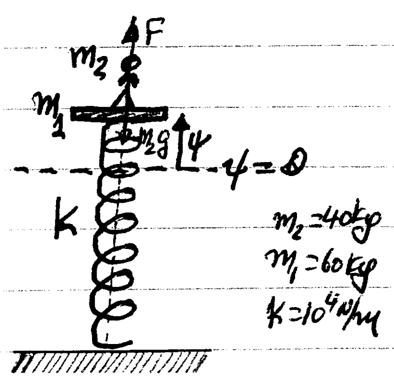
β) $D_2=m_2\omega^2$ ή $D_2=4000 N/m$

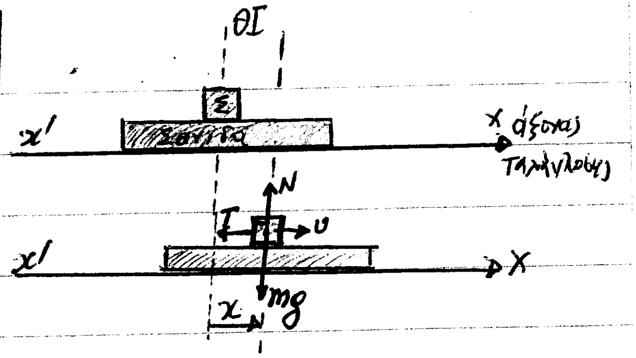
γ) $\Sigma F=-D_2 y$ ή $F-m_2 g=-D_2 y$ ή $F=400-4000y$

δ) $F\ge 0$ ή $400-4000y\ge 0$ ή $y\le 0,1m$ άρα $y_{max}=0,1m$

ε) α) $y=0,1m$

β) $\upsilon=+\sqrt{3} m/s$ (βλ. 6.10.Ε)





6.12 A) $T=0,5\pi$ ή $\omega=\frac{2\pi}{T}$ ή $\omega=4\frac{rad}{s}$

Σταθερά ταλάντωσης του σώματος (!) Σ

$D=m\omega^2=5\cdot4^2$ ή $D=80N/m$

Το σώμα Σ εκτελεί α.α.τ με δύναμη επαναφοράς την τριβή T που είναι στατική $T\le\mu N$ ή $T\le\mu mg$ (1)

$\Sigma F_x = -D\cdot x$ ή $-T=-Dx$ ή $T=Dx$ (2). Από (1),(2) $Dx\le\mu mg$ ή
σώμα

$\mu\ge\frac{Dx}{mg}\xrightarrow{x_{max}=A}\mu\ge\frac{80\cdot0{,}2}{5\cdot10}$ ή $\mu\ge0{,}32$ άρα $\mu_{min}=0{,}32$

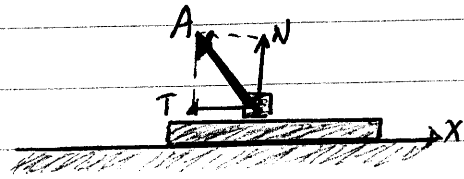
B. α) $\Sigma F=-Dx$ ή $\Sigma F=-80x$ (SI)

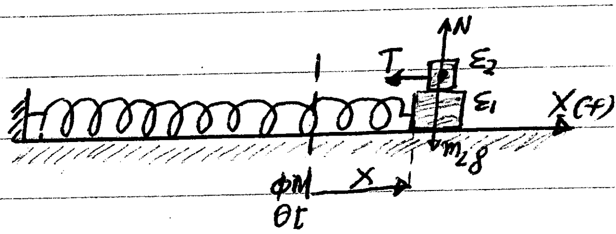
β) $\alpha_{max}=\omega^2A=16\cdot0{,}2=3{,}2\,m/s^2$

γ) Στη θέση $x=0{,}625m$ το (Σ) δέχεται στατική τριβή $\xrightarrow{(2)} T_\sigma=80x$ ή $T_{\sigma T}=50N$ και τη δύναμη στήριξης $N=mg=50N$.

H συνολική δύναμη $\vec{A}$ που δέχεται το Σ από τη σανίδα είναι $\vec{A}=\vec{T}+\vec{N}$ ή $A=\sqrt{T^2+N^2}$

ή $A=50\sqrt{2}\,N$





6.13. A) (βλ. θεωρία - παραδείγματα)

B) Σταθερά επαναφοράς: Για το σύστημα $D=K=100N/m$

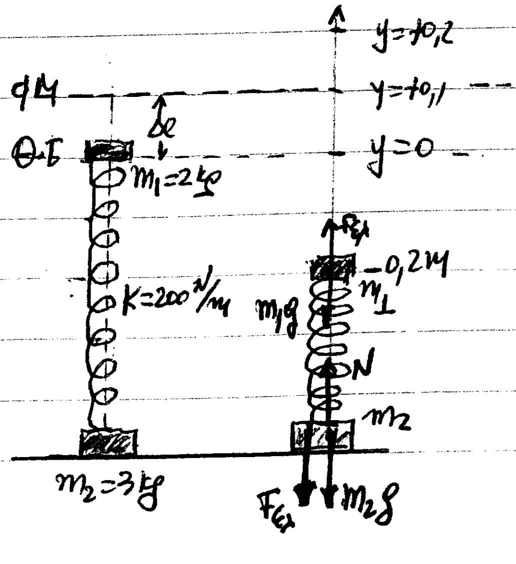
$D=m_{ολ}\omega^2$ ή $100=4\cdot\omega^2$ ή $\omega=5\,rad/s$

Σ_1: $D_1=m_1\omega^2=3kg\cdot5^2=75\,N/m$

Σ_2: $D_2=m_2\omega^2=1\cdot5^2=25\,N/m$

Γ) Σ_2: $\Sigma F=-D_2x$ ή $-T=-D_2x$ $\xrightarrow{T\le\mu N}$ $D_2x\le\mu N$ ή $m_2\omega^2x\le\mu m_2 g$

ή $x\le\frac{\mu g}{\omega^2}$ ή $x\le0{,}2m$ άρα $x_{max}=0{,}2m$.



6.14. α) Θέση ισορροπίας του m_1: $K\Delta l=m_1g$ ή $\Delta l=0{,}10m$, $D=K=m_1\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$

$y=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$

β) $\Sigma F=-Dy$ ή $F_{ελ}-m_1g=-Dy$ ή $F_{ελ}=20-200y$

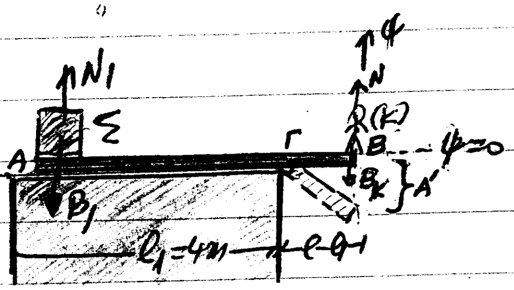
προσοχή (!) Αυτή είναι η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα m_1. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης που ασκεί το m_1 στο

ελατήριο και το ελατήριο στο m_2 είναι $F_{ελ} = -20+200y$
(...δηλ η αντίθετή της) ... προσοχή!! αλγεβρική τιμή.

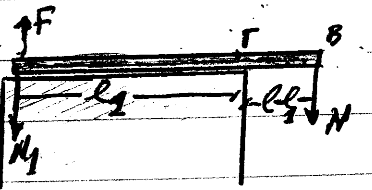
γ) Το σώμα για όσο χρόνο ισορροπεί το σώμα m_2 και προφανώς είναι σε επαφή με το δάπεδο $\Sigma F_y = 0$ ή $\underbrace{N + F_{ελ} + m_2 g}_{\text{αλγεβρικές τιμές}} = 0$ ή

ή $N + (-20+200y) - 30 = 0$ ή $N = 50 - 200y$

δ) Για να υπάρχει επαφή με το δάπεδο πρέπει $N \geq 0$ ή $50 - 200y \geq 0$ ή $y \leq 0{,}25m$, άρα $A_{max} = 0{,}25m$



6.15. Σώμα Σ: $\Sigma F_y = 0$ ή $N_1 = B_1 = 1000N$
κολυμβητής, K: $\Sigma F_y = -Dy$ ή $N - B_K = -\frac{B_K}{g}\omega^2 y$
ή $N = B_K - \frac{B_K}{g}\omega^2 y$, N_{max} όταν $y = -A'$
άρα $N_{max} = B_K\left(1 + \frac{\omega^2 A'}{g}\right)$
Στο δεύτερο σχήμα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα.
Για όσο χρόνο η σανίδα ισορροπεί $\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0$ ή $F\ell_1 + N(\ell - \ell_1) = N_1 \ell_1$ ή

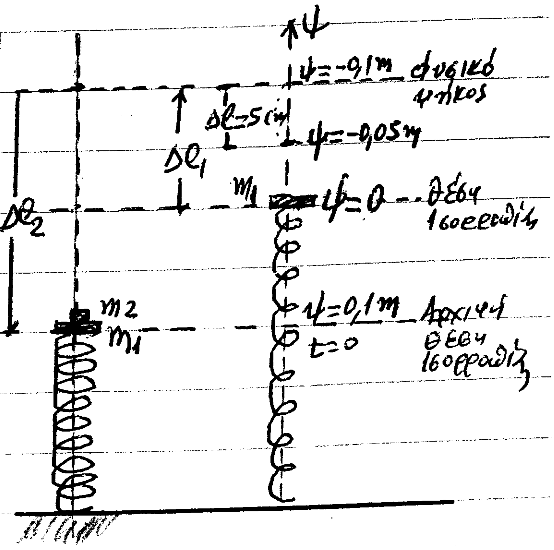


$F = \frac{N_1\ell_1 - N(\ell-\ell_1)}{\ell_1}$ ή $F_{min} = \frac{N_1\ell_1 - N_{max}(\ell-\ell_1)}{\ell_1}$

οριακά στην κατάσταση ανατροπής $F_{min} = 0$ ή $N_1\ell_1 = N_{max}(\ell-\ell_1)$
ή $B_1\ell_1 = B_K\left(1+\frac{\omega^2}{g}A'\right)(\ell-\ell_1)$ ή $A' = \frac{gT^2}{4\pi^2}\,\frac{B_1\ell_1 - B_K(\ell-\ell_1)}{B_K(\ell-\ell_1)}$ ή $A' = 0{,}46m$

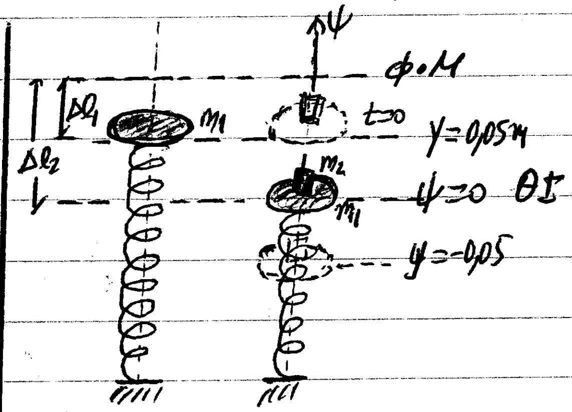
... Η άσκηση αυτή προτείνεται ως επαναληπτική ...

6.16 α) βλέπε λυμένα παραδείγματα
β) $m_2 g = k\Delta\ell_2$ ή $\Delta\ell_2 = 0{,}2m$ (Αρχική ισορροπία)
$m_1 g = k\Delta\ell_1$ ή $\Delta\ell_1 = 0{,}1m$ (Ισορροπία m_1)
Την $t=0$ το m_1 έχει $y = 0{,}1m$ και $\upsilon = 0$, άρα $A = 0{,}1m$
$D = k = m_1\omega^2$ ή $\omega = 10\,rad/s$, $T = \frac{2\pi}{10}\,s$
γ) $y = 0{,}1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$
δ) $\Delta\ell = 5cm \Rightarrow y = -0{,}05m$ άρα $-0{,}05 = 0{,}1\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$
ή $\eta\mu(10t+\pi/2) = -1/2$ ή $10t + \frac{\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{6}$ ή $t = \frac{\pi}{15}\,s$
ε) $\Sigma F_{min} = 0$, $\Sigma F_{max} = DA = 10N$

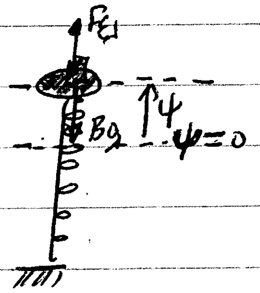


στ) $F_{ελ,min}=0$, $F_{ελ,max}=K\Delta\ell_{max}=100\cdot0,2=20N$ άρα $F_{ελ,max}=20N$.

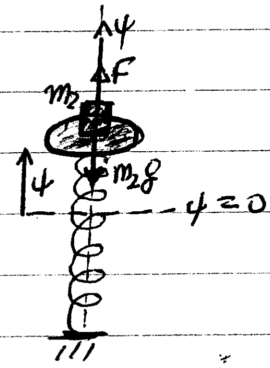
6.17. Ισορροπία m_1: $m_1 g=K\Delta\ell_1$ ή $\Delta\ell_1=0,05m$
Ισορροπία συστήματος: $m_{ολ} g=K\Delta\ell_2$ ή $\Delta\ell_2=0,10m$
Την $t=0$, $y=+0,05m$ και $v=0 \Rightarrow A=0,05m$
$D=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=10 rad/s$
α) $y=0,05ημ(10t+\frac{\pi}{2})$, $v=0,5συν(10t+\frac{\pi}{2})$
$a=-5ημ(10t+\frac{\pi}{2})$



β)1. Θεωρούμε τον ενιαίο ταλαντωτή και τοποθετούμε τις ασκούμενες δυνάμεις. Που είναι η δύναμη ελατηρίου $F_{ελ}$ και το βάρος $B_{ολ}=m_{ολ}g=40N$
$\Sigma F_{y,\,σύστημα}=-Dy$ ή $F_{ελ}-B_{ολ}=-Ky$ ή $F_{ελ}=40-400y$ (SI)
Το σύστημα (σώμα δίσκος) ασκεί το ελατήριο την αντίθετη αυτής $F'_{ελ}=-40+400y$ ή
ή $F'_{ελ}=-40+20ημ(10t+\frac{\pi}{2})$ (SI)

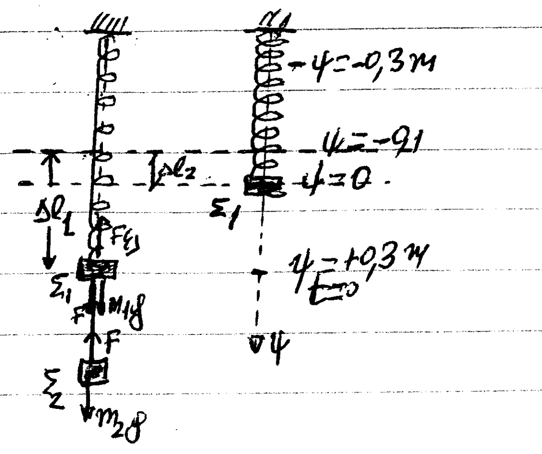


2. Τοποθετούμε δυνάμεις στο σώμα μάζας m_2 που είναι μία δύναμη F από το δίσκο και το βάρος του $B_2=m_2g$
$\Sigma F_{y,\,σώμα}=-D_2 y$ ή $F-m_2g=-m_2\omega^2 y$ ή $F=20-200y$
ή $F=20-10ημ(10t+\frac{\pi}{2})$



γ) $F_{ελ}=40-400y$ (SI) και $F=20-200y$
δ) Για να υπάρχει επαφή του σώματος με το δίσκο πρέπει $F\geq0$ ή $20-200y\geq0$ ή $y\leq0,1m$
Η επαφή θα χαθεί στη θέση $y=0,1m$ αν έχουμε ταλαντώσεις με πλάτος $A>0,1m$.

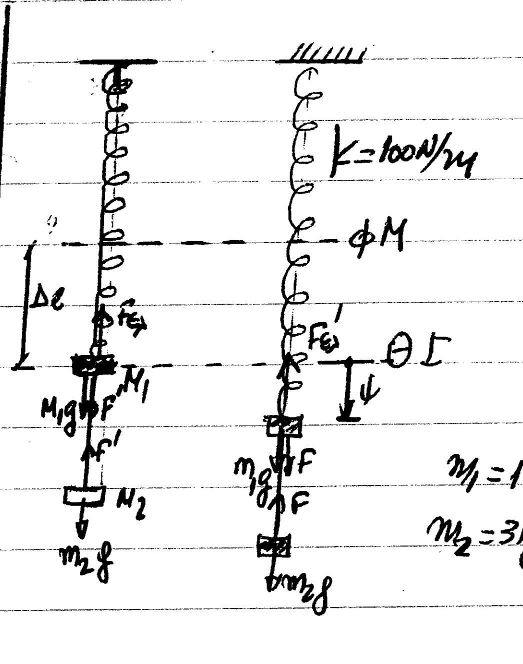
6.18. Ισορροπία $Σ_2$: $F=m_2g$
Αρχική ισορροπία $Σ_1$: $K\Delta\ell_1=m_1g+F$ ή
$K\Delta\ell_1=m_1g+m_2g$ ή $\Delta\ell_1=0,4m$
Τελική ισορροπία $Σ_1$: $K\Delta\ell_2=m_1g$ ή
$\Delta\ell_2=0,1m$



Την $t=0$ το Σ_1 έχει $\psi=+0{,}3m$ και $\upsilon=0$, άρα $A=0{,}3m$ και $\omega=\sqrt{k/m_1}=10\,rad/s$

α) Η θεωρία και παραδείγματα

β) $A=0{,}3m$ γ) $\omega=10\,rad/s$ δ) $\psi=0{,}3\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$ (SI) ε) $\Sigma F=-D\psi$ ή $\Sigma F=-100(-0{,}1)$ ή $\Sigma F=10N$



6.19. Από την ισορροπία του συστήματος $F_{ελ}-m_1g-F'+F'-m_2g=0$ ή $k\Delta l=(m_1+m_2)g$ (1) ή $\Delta l=0{,}4m$

α) $\Sigma F_{συστ}=m_2g-F+F+m_1g-k(\Delta l+\psi)\xrightarrow{(1)}\Sigma F=-k\psi$ άρα α.α.τ με $D=k=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=5\,rad/s$

β) $A=0{,}05m$ και $T=\frac{2\pi}{\omega}=0{,}4\pi\,s$

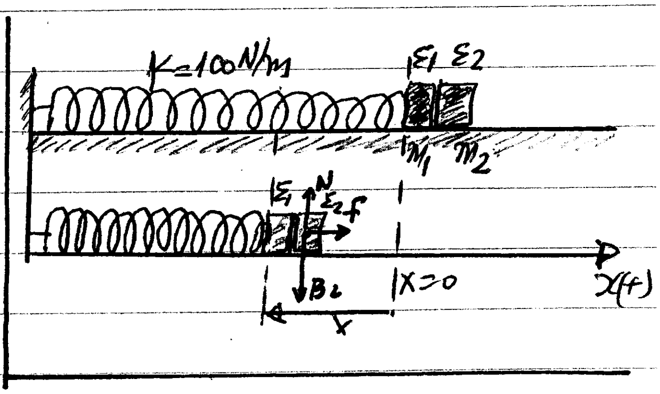
γ) Σύστημα $D=K=100N/m$

$D_1=m_1\omega^2=25N/m$, $D_2=m_2\omega^2=75\,N/m$

δ) Για το σώμα μάζας m_2 γράφουμε $\Sigma F_\psi=-D_2\psi$ ή $F-m_2g=-D_2\psi$ ή $F=30-75\psi$.

ε) Εδώ πρέπει να έχουμε συνεχώς τεντωμένο το νήμα, άρα $F\geq0$ ή $30-75\psi\geq0$ ή $\psi\leq0{,}4m$ ή $\psi_{max}=0{,}40m$.

στ) Η μέγιστη τάση του νήματος είναι για $y=-0{,}4m$ (... όταν υπάρχει το μέγιστο δυνατό πλάτος) ... $F_{max}=30-75(-0{,}4)$ ή $F_{max}=60N$ άρα $T_{θρ}=F_{max}=60N$.



6.20. α) Για όσο χρόνο το σύστημα εκτελεί α.α.τ με $D=K=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=5\,rad/s$.

Η σταθερά ταλάντωσης του Σ_2 είναι $D_2=m_2\omega^2=3kg(5\,rad/s)^2$ ή $D_2=75\,N/m$

Για τον ταλαντωτή Σ_2 γράφουμε $\Sigma F=-D_2x$ ή $F=-D_2x$. Για να υπάρχει επαφή των Σ_2, Σ_1 πρέπει $F\geq0$ ή $-D_2x\geq0$ ή $x\leq0$. Η επαφή χάνεται όταν $F=0$, $x=0$ δηλαδή μόλις το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος

β) $\upsilon_{max\,συστήματος}=\omega_0A=5\cdot0{,}4=2\,m/s$. Κάθε σώμα Σ_1, Σ_2 στη θέση $x=0$ έχει ταχύτητα $\upsilon=2\,m/s$. Το Σ_1 μετά την $x=0$ είναι ταλαντωτής με $D'=K=m_1\omega'^2$ ή $\omega'=10\,rad/s$

... $\upsilon_{1,max} = \upsilon = \omega A'$ ή $2 = 10A'$ ή $A' = 0,2m$

γ) Μετά την $x=0$ η ταχύτητα του Σ_1 μηδενίζεται σε χρόνο $\Delta t = \frac{T}{4}$ ή $\Delta t = \frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}$, ή $\Delta t = \frac{\pi}{20}s$. στη θέση $x_1 = +0,2m$. Το Σ_2 εκείνη τη στιγμή είναι στη θέση $x_2 = \upsilon \cdot \Delta t = 2\frac{m}{s} \cdot \frac{\pi}{20}s$ ή $x_2 = 0,314m$, άρα $\Delta x = x_2 - x_1 = 0,114m$.

7. Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις.

7.7.5 δ	7.7.6 δ	7.7.7 α
7.7.8 γ	7.7.9 Α-β, Β-α, Γ-α	7.7.10 Α-γ, Β-α, Γ-γ
7.7.11 β	7.7.12 β	7.7.13 γ
7.7.14 δ	7.7.15 γ	7.7.16 δ
7.7.17 δ	7.7.18 Α-δ, Β-γ	7.7.19 Α-β, Β-α, Γ-γ
7.7.20 γ	7.7.21 δ	7.7.22 γ
7.7.23 γ	7.7.24 Όλα λάθος	7.7.25 δ.

7.7.26. Α. Εκφορτίζεται. Όπως είναι η φορά του ρεύματος έτσι είναι η υποτιθέμενη συμβατική κίνηση του θετικού φορτίου. Άρα από το θετικό οπλισμό κινείται θετικό φορτίο) δηλαδή το θετικό φορτίο μειώνεται ... εκφόρτιση.

Β. α. Σωστό, $U_E = \frac{q^2}{2C}$ μειώνεται, $U_B = \frac{1}{2}Li^2$ αυξάνεται, $|i| = \left|\frac{dq}{dt}\right|$ αυξάνεται

β. Λάθος,

γ. Σωστό, U_E μειώνεται και $U_E > 0$ άρα $\frac{dU_E}{dt} < 0$.

δ. Λάθος. Στις αμείωτες ταλαντώσεις L-C, $E = \frac{Q^2}{2C}$ = σταθερή.

7.7.27 Α. Φόρτιση πυκνωτή (βλ. 7.7.26Α) U_E αυξάνεται άρα η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου U_B μειώνεται ($U_E + U_B$ = σταθ),

Β. α. Λάθος, αφού έχουμε φόρτιση πυκνωτή

β. Λάθος, $U_E > 0$ και αυξάνεται άρα $dU_E/dt > 0$

γ. Λάθος E = σταθ άρα $dE/dt = 0$

δ. Σωστό $U_E + U_B$ = σταθ άρα $dU_E/dt + dU_B/dt = 0$ ή $\frac{dU_E}{dt} = -\frac{dU_B}{dt}$.

7.7.28. Α. $Q = 10^{-5}C$, $\omega = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{rad}{s} = 500\pi \frac{rad}{s}$

$q = Q\,συν(\omega t)$ ή $q = 10^{-5} συν(500\pi t)$ (S.I.)

Β. α(Λ), β(Λ), γ(Λ), δ(Λ)